Series HMJ/2

SET-2

कोड नं.
Code No. **65/2/2**

रोल नं.
Roll No.

परीक्षार्थी कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें ।

Candidates must write the Code on the title page of the answer-book.

नोट	NOTE
(I) कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ **15** हैं ।	(I) Please check that this question paper contains **15** printed pages.
(II) प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए कोड नम्बर को छात्र उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें ।	(II) Code number given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.
(III) कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में **36** प्रश्न हैं ।	(III) Please check that this question paper contains **36** questions.
(IV) कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, उत्तर-पुस्तिका में प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें ।	(IV) Please write down the Serial Number of the question in the answer-book before attempting it.
(V) इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है । प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा । 10.15 बजे से 10.30 बजे तक छात्र केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे ।	(V) 15 minute time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the students will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period.

गणित

MATHEMATICS

निर्धारित समय : 3 घण्टे | *अधिकतम अंक : 80*

Time allowed : 3 hours | *Maximum Marks : 80*

StudentSuvidha.com downloaded from
Download all NOTES and PAPERS at StudentSuvidha.com

सामान्य निर्देश :

निम्नलिखित निर्देशों को बहुत सावधानी से पढ़िए और उनका सख़्ती से पालन कीजिए :

(i) *यह प्रश्न-पत्र* ***चार*** *खण्डों में विभाजित किया गया है – क, ख, ग एवं घ । इस प्रश्न-पत्र में* ***36*** *प्रश्न हैं ।* ***सभी*** *प्रश्न अनिवार्य हैं ।*

(ii) ***खण्ड क*** *में प्रश्न संख्या* ***1*** *से* ***20*** *तक* ***20*** *प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न* ***1*** *अंक का है ।*

(iii) ***खण्ड ख*** *में प्रश्न संख्या* ***21*** *से* ***26*** *तक* ***6*** *प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न* ***2*** *अंकों का है ।*

(iv) ***खण्ड ग*** *में प्रश्न संख्या* ***27*** *से* ***32*** *तक* ***6*** *प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न* ***4*** *अंकों का है ।*

(v) ***खण्ड घ*** *में प्रश्न संख्या* ***33*** *से* ***36*** *तक* ***4*** *प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न* ***6*** *अंकों का है ।*

(vi) *प्रश्न-पत्र में समग्र पर कोई विकल्प नहीं है । तथापि एक-एक अंक वाले तीन प्रश्नों में, दो-दो अंकों वाले दो प्रश्नों में, चार-चार अंकों वाले दो प्रश्नों में और छः-छः अंकों वाले दो प्रश्नों में आंतरिक विकल्प दिए गए हैं । ऐसे प्रश्नों में से केवल एक ही विकल्प का उत्तर लिखिए ।*

(vii) *इसके अतिरिक्त, आवश्यकतानुसार, प्रत्येक खण्ड और प्रश्न के साथ यथोचित निर्देश दिए गए हैं ।*

(viii) *केलकुलेटरों के प्रयोग की अनुमति* ***नहीं*** *है ।*

खण्ड क

प्रश्न संख्या 1 से 20 तक प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है ।

प्रश्न संख्या 1 से 10 तक बहुविकल्पीय प्रश्न हैं । सही विकल्प चुनिए ।

1. त्रिभुज जिसके शीर्ष O, A तथा B हैं, जहाँ $\overrightarrow{OA} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ और $\overrightarrow{OB} = -3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$, का क्षेत्रफल होगा

(A) $3\sqrt{5}$ वर्ग इकाई

(B) $5\sqrt{5}$ वर्ग इकाई

(C) $6\sqrt{5}$ वर्ग इकाई

(D) 4 वर्ग इकाई

2. यदि $\cos\left(\sin^{-1}\frac{2}{\sqrt{5}} + \cos^{-1} x\right) = 0$ है, तो x बराबर है

(A) $\frac{1}{\sqrt{5}}$

(B) $-\frac{2}{\sqrt{5}}$

(C) $\frac{2}{\sqrt{5}}$

(D) 1

Download all NOTES and PAPERS at StudentSuvidha.com

General Instructions :

Read the following instructions very carefully and strictly follow them :

(i) *This question paper comprises* ***four*** *Sections A, B, C and D. This question paper carries* ***36*** *questions.* ***All*** *questions are compulsory.*

(ii) ***Section A*** *– Questions no.* ***1*** *to* ***20*** *comprises of* ***20*** *questions of* ***1*** *mark each.*

(iii) ***Section B*** *– Questions no.* ***21*** *to* ***26*** *comprises of* ***6*** *questions of* ***2*** *marks each.*

(iv) ***Section C*** *– Questions no.* ***27*** *to* ***32*** *comprises of* ***6*** *questions of* ***4*** *marks each.*

(v) ***Section D*** *– Questions no.* ***33*** *to* ***36*** *comprises of* ***4*** *questions of* ***6*** *marks each.*

(vi) *There is no overall choice in the question paper. However, an internal choice has been provided in 3 questions of one mark, 2 questions of two marks, 2 questions of four marks and 2 questions of six marks. Only one of the choices in such questions have to be attempted.*

(vii) *In addition to this, separate instructions are given with each section and question, wherever necessary.*

(viii) *Use of calculators is* ***not*** *permitted.*

SECTION A

Question numbers 1 to 20 carry 1 mark each.

Question numbers 1 to 10 are multiple choice type questions. Select the correct option.

1. The area of a triangle formed by vertices O, A and B, where $\vec{OA} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ and $\vec{OB} = -3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ is

(A) $3\sqrt{5}$ sq. units

(B) $5\sqrt{5}$ sq. units

(C) $6\sqrt{5}$ sq. units

(D) 4 sq. units

2. If $\cos\left(\sin^{-1}\frac{2}{\sqrt{5}} + \cos^{-1} x\right) = 0$, then x is equal to

(A) $\frac{1}{\sqrt{5}}$

(B) $-\frac{2}{\sqrt{5}}$

(C) $\frac{2}{\sqrt{5}}$

(D) 1

downloaded from StudentSuvidha.com

Download all NOTES and PAPERS at StudentSuvidha.com

3. अन्तराल, जिसमें $f(x) = x^2e^{-x}$ द्वारा प्रदत्त फलन f निरन्तर वर्धमान है, है

(A) $(-\infty, \infty)$

(B) $(-\infty, 0)$

(C) $(2, \infty)$

(D) $(0, 2)$

4. फलन $f(x) = \dfrac{x-1}{x(x^2-1)}$ असंतत है

(A) केवल एक बिन्दु पर

(B) केवल दो बिन्दुओं पर

(C) केवल तीन बिन्दुओं पर

(D) किसी बिन्दु पर नहीं

5. $f(x) = \cos x$ द्वारा परिभाषित फलन $f : R \to [-1, 1]$ है

(A) एकैकी तथा आच्छादक दोनों

(B) एकैकी नहीं, पर आच्छादक

(C) एकैकी, पर आच्छादक नहीं

(D) न तो एकैकी और न ही आच्छादक

6. y-अक्ष पर बिन्दु (2, – 3, 4) से डाले गए लम्ब के पाद के निर्देशांक हैं

(A) (2, 3, 4)

(B) (– 2, – 3, – 4)

(C) (0, – 3, 0)

(D) (2, 0, 4)

7. समुच्चय {1, 2, 3} में R = {(1, 2), (2, 1), (1, 1)} द्वारा प्रदत्त संबंध R

(A) सममित तथा संक्रामक है, परन्तु स्वतुल्य नहीं है

(B) स्वतुल्य तथा सममित है, परन्तु संक्रामक नहीं है

(C) सममित है, परन्तु न ही स्वतुल्य और न ही संक्रामक है

(D) एक तुल्यता संबंध है

8. सदिशों $\hat{i} - \hat{j}$ तथा $\hat{j} - \hat{k}$ के बीच का कोण है

(A) $-\dfrac{\pi}{3}$

(B) 0

(C) $\dfrac{\pi}{3}$

(D) $\dfrac{2\pi}{3}$

downloaded from StudentSuvidha.com

Download all NOTES and PAPERS at StudentSuvidha.com

3. The interval in which the function f given by $f(x) = x^2e^{-x}$ is strictly increasing, is

(A) $(-\infty, \infty)$

(B) $(-\infty, 0)$

(C) $(2, \infty)$

(D) $(0, 2)$

4. The function $f(x) = \dfrac{x-1}{x(x^2-1)}$ is discontinuous at

(A) exactly one point

(B) exactly two points

(C) exactly three points

(D) no point

5. The function $f : R \to [-1, 1]$ defined by $f(x) = \cos x$ is

(A) both one-one and onto

(B) not one-one, but onto

(C) one-one, but not onto

(D) neither one-one, nor onto

6. The coordinates of the foot of the perpendicular drawn from the point $(2, -3, 4)$ on the y-axis is

(A) $(2, 3, 4)$

(B) $(-2, -3, -4)$

(C) $(0, -3, 0)$

(D) $(2, 0, 4)$

7. The relation R in the set {1, 2, 3} given by R = {(1, 2), (2, 1), (1, 1)} is

(A) symmetric and transitive, but not reflexive

(B) reflexive and symmetric, but not transitive

(C) symmetric, but neither reflexive nor transitive

(D) an equivalence relation

8. The angle between the vectors $\hat{i} - \hat{j}$ and $\hat{j} - \hat{k}$ is

(A) $-\dfrac{\pi}{3}$

(B) 0

(C) $\dfrac{\pi}{3}$

(D) $\dfrac{2\pi}{3}$

downloaded from StudentSuvidha.com

Download all NOTES and PAPERS at StudentSuvidha.com

9. यदि A कोटि 3 का एक व्युत्क्रमणीय वर्ग आव्यूह है और $A^2 = 3A$ है, तो $|A|$ का मान होगा

(A) -3

(B) 3

(C) 9

(D) 27

10. यदि $|\vec{a}| = 4$ तथा $-3 \leq \lambda \leq 2$ है, तो $|\lambda \vec{a}|$ का मान जिस अन्तराल में है, वह है

(A) [0, 12]

(B) [2, 3]

(C) [8, 12]

(D) [– 12, 8]

प्रश्न संख्या 11 से 15 तक के प्रश्नों के खाली स्थान भरिए ।

11. यदि एक वृत्त की त्रिज्या 0·5 cm/s की दर से बढ़ रही है, तो इसकी परिधि की वृद्धि दर है __________ ।

12. यदि $\begin{vmatrix} 2x & -9 \\ -2 & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -4 & 8 \\ 1 & -2 \end{vmatrix}$ है, तो x का मान है ____________ ।

13. एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या के सुसंगत क्षेत्र के कोनीय बिन्दु (0, 0), (0, 8), (2, 7), (5, 4) तथा (6, 0) हैं । अधिकतम लाभ $P = 3x + 2y$ बिन्दु ___________ पर होगा ।

14. फलन $y = \sec^{-1} x$ की मुख्य मानीय शाखा का परिसर है _________ ।

अथवा

$\cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$ का मुख्य मान है __________ ।

StudentSuvidha.com downloaded from

Download all NOTES and PAPERS at StudentSuvidha.com

9. If A is a non-singular square matrix of order 3 such that $A^2 = 3A$, then value of $|A|$ is

(A) -3

(B) 3

(C) 9

(D) 27

10. If $|\vec{a}| = 4$ and $-3 \leq \lambda \leq 2$, then $|\lambda \vec{a}|$ lies in

(A) [0, 12]

(B) [2, 3]

(C) [8, 12]

(D) [–12, 8]

Fill in the blanks in question numbers 11 to 15.

11. If the radius of the circle is increasing at the rate of 0·5 cm/s, then the rate of increase of its circumference is ____________ .

12. If $\begin{vmatrix} 2x & -9 \\ -2 & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -4 & 8 \\ 1 & -2 \end{vmatrix}$, then value of x is ____________ .

13. The corner points of the feasible region of an LPP are (0, 0), (0, 8), (2, 7), (5, 4) and (6, 0). The maximum profit $P = 3x + 2y$ occurs at the point ____________ .

14. The range of the principal value branch of the function $y = \sec^{-1} x$ is ____________ .

OR

The principal value of $\cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$ is ____________ .

downloaded from StudentSuvidha.com

Download all NOTES and PAPERS at StudentSuvidha.com

15. समांतर समतलों $2x + y - 2z - 6 = 0$ व $4x + 2y - 4z = 0$ के बीच की दूरी ____________ इकाई है ।

अथवा

यदि मूल-बिन्दु से एक समतल पर डाले गए लम्ब का पाद $P(1, 0, -3)$ है, तो उस समतल का कार्तीय समीकरण है ____________ ।

प्रश्न संख्या 16 से 20 अति संक्षिप्त उत्तर वाले प्रश्न हैं ।

16. मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} x \cos^2 x \, dx$$

17. रेखा $\frac{x-1}{3} = \frac{y+4}{7} = \frac{z+4}{2}$ जहाँ xy-तल को काटती है, उस बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए ।

downloaded from StudentSuvidha.com

18. k का मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए निम्न फलन $x = 1$ पर संतत है :

$$f(x) = \begin{cases} kx^2 + 5 & \text{यदि} \quad x \leq 1 \\ 2 & \text{यदि} \quad x > 1 \end{cases}$$

19. निम्नलिखित अवकल समीकरण का समाकलन गुणक ज्ञात कीजिए :

$$x \frac{dy}{dx} = 2x^2 + y$$

20. x^2 के सापेक्ष, $\sec^2(x^2)$ का अवकलन कीजिए ।

अथवा

यदि $y = f(x^2)$ और $f'(x) = e^{\sqrt{x}}$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए ।

Download all NOTES and PAPERS at StudentSuvidha.com

15. The distance between parallel planes $2x + y - 2z - 6 = 0$ and $4x + 2y - 4z = 0$ is __________ units.

OR

If P(1, 0, – 3) is the foot of the perpendicular from the origin to the plane, then the cartesian equation of the plane is ____________ .

Question numbers 16 to 20 are very short answer type questions.

16. Evaluate :

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} x \cos^2 x \, dx$$

downloaded from StudentSuvidha.com

17. Find the coordinates of the point where the line $\frac{x-1}{3} = \frac{y+4}{7} = \frac{z+4}{2}$ cuts the xy-plane.

18. Find the value of k, so that the function $f(x) = \begin{cases} kx^2 + 5 & \text{if} \quad x \le 1 \\ 2 & \text{if} \quad x > 1 \end{cases}$ is continuous at x = 1.

19. Find the integrating factor of the differential equation

$$x \frac{dy}{dx} = 2x^2 + y$$

20. Differentiate $\sec^2 (x^2)$ with respect to x^2.

OR

If $y = f(x^2)$ and $f'(x) = e^{\sqrt{x}}$, then find $\frac{dy}{dx}$.

Download all NOTES and PAPERS at StudentSuvidha.com

खण्ड ख

प्रश्न संख्या 21 से 26 तक प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है ।

21. $3\sqrt{3}$ इकाई के परिमाण का सदिश $\vec{r}$ ज्ञात कीजिए जिसका तीनों अक्षों पर झुकाव एकसमान है ।

अथवा

दो मात्रक सदिशों $\vec{a}$ और $\vec{b}$, जिनके लिए $\sqrt{3}\,\vec{a} - \vec{b}$ भी एक मात्रक सदिश है, के बीच का कोण ज्ञात कीजिए ।

22. यदि $A = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ तथा $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ हो, तो अदिश k का मान ज्ञात कीजिए, जिसके लिए $A^2 + I = kA$ है ।

23. यदि $f(x) = \sqrt{\dfrac{\sec x - 1}{\sec x + 1}}$ है, तो $f'\left(\dfrac{\pi}{3}\right)$ ज्ञात कीजिए ।

अथवा

यदि $f(x) = (\tan x)^{\tan x}$ है, तो $f'(x)$ ज्ञात कीजिए ।

24. ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{\tan^3 x}{\cos^3 x}\, dx$$

25. दिखाइए कि रेखा $\dfrac{x-5}{3} = y = 2 - z$, समतल $x - 5y - 2z = 1$ में स्थित है ।

26. एक न्याय्य पासा दो बार उछाला गया । छह आने की संख्या का प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिए । छह आने की संख्या का माध्य भी ज्ञात कीजिए ।

खण्ड ग

प्रश्न संख्या 27 से 32 तक प्रत्येक प्रश्न 4 अंकों का है ।

27. निम्नलिखित अवकल समीकरण का हल ज्ञात कीजिए :

$$\left(1 + e^{y/x}\right) dy + e^{y/x}\left(1 - \frac{y}{x}\right) dx = 0 \ (x \neq 0)$$

downloaded from StudentSuvidha.com
Download all NOTES and PAPERS at StudentSuvidha.com

SECTION B

Question numbers 21 to 26 carry 2 marks each.

21. Find a vector $\vec{r}$ equally inclined to the three axes and whose magnitude is $3\sqrt{3}$ units.

OR

Find the angle between unit vectors $\vec{a}$ and $\vec{b}$ so that $\sqrt{3}\,\vec{a} - \vec{b}$ is also a unit vector.

22. If $A = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ and $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, find scalar k so that $A^2 + I = kA$.

23. If $f(x) = \sqrt{\dfrac{\sec x - 1}{\sec x + 1}}$, find $f'\left(\dfrac{\pi}{3}\right)$.

OR

Find $f'(x)$ if $f(x) = (\tan x)^{\tan x}$.

24. Find :

$$\int \frac{\tan^3 x}{\cos^3 x}\, dx$$

25. Show that the plane $x - 5y - 2z = 1$ contains the line $\dfrac{x-5}{3} = y = 2 - z$.

26. A fair dice is thrown two times. Find the probability distribution of the number of sixes. Also determine the mean of the number of sixes.

SECTION C

Question numbers 27 to 32 carry 4 marks each.

27. Solve the following differential equation :

$$\left(1 + e^{y/x}\right) dy + e^{y/x}\left(1 - \frac{y}{x}\right) dx = 0 \ (x \neq 0).$$

downloaded from StudentSuvidha.com
Download all NOTES and PAPERS at StudentSuvidha.com

28. एक कुटीर उद्योग निर्माता पेडेस्टल लैंप और लकड़ी के शेड बनाता है । दोनों के उत्पादन में मशीन-समय व कारीगर-समय चाहिए । प्रत्येक की 1 इकाई के उत्पादन में लगने वाले घंटों की संख्या व संगत लाभ निम्नलिखित तालिका में दिया गया है :

वस्तु	मशीन-समय	कारीगर-समय	लाभ (₹ में)
पेडेस्टल लैंप	1·5 घंटे	3 घंटे	30
लकड़ी का शेड	3 घंटे	1 घंटा	20

फैक्टरी के पास प्रतिदिन अधिक-से-अधिक 42 घंटों का मशीन-समय व 24 घंटों का कारीगर-समय उपलब्ध है ।

यह मानते हुए कि उत्पादित इकाइयाँ सभी बिक जाती हैं, अधिकतम लाभ कमाने हेतु, फैक्टरी उत्पादन की प्रतिदिन कैसी योजना बनाए ? एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या बनाइए तथा आलेख विधि द्वारा हल कीजिए ।

29. मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x \tan^{-1} (\sin x) \, dx$$

30. जाँच कीजिए कि क्या प्राकृत संख्याओं के समुच्चय N पर निम्न संबंध R

$$R = \{(a, b) : b \text{ भाज्य है } a \text{ से}\}$$

स्वतुल्य, सममित या संक्रामक है । यह भी ज्ञात कीजिए, क्या संबंध R एक तुल्यता संबंध है ।

अथवा

सिद्ध कीजिए कि $\tan^{-1} \frac{1}{4} + \tan^{-1} \frac{2}{9} = \frac{1}{2} \sin^{-1} \left(\frac{4}{5}\right)$.

31. बिन्दुओं (1, 0, – 2) और (3, – 1, 0) से गुज़रने वाले व समतल $2x - y + z = 8$ के लम्बवत् समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए । इस प्रकार प्राप्त समतल की मूल-बिन्दु से दूरी भी ज्ञात कीजिए ।

32. यदि $\tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) = \log \sqrt{x^2 + y^2}$ है, तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{dy}{dx} = \frac{x + y}{x - y}$.

अथवा

यदि $y = e^{a \cos^{-1} x}$, $-1 < x < 1$ है, तो दर्शाइए कि

$$(1 - x^2) \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} - a^2y = 0$$

Download all NOTES and PAPERS at StudentSuvidha.com

28. A cottage industry manufactures pedestal lamps and wooden shades. Both the products require machine time as well as craftsman time in the making. The number of hour(s) required for producing 1 unit of each and the corresponding profit is given in the following table :

Item	Machine Time	Craftsman time	Profit (in ₹)
Pedestal lamp	1·5 hours	3 hours	30
Wooden shades	3 hours	1 hour	20

In a day, the factory has availability of not more than 42 hours of machine time and 24 hours of craftsman time.

Assuming that all items manufactured are sold, how should the manufacturer schedule his daily production in order to maximise the profit ? Formulate it as an LPP and solve it graphically.

29. Evaluate :

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x \tan^{-1} (\sin x)\, dx$$

30. Check whether the relation R in the set N of natural numbers given by

$$R = \{(a, b) : a \text{ is divisor of } b\}$$

is reflexive, symmetric or transitive. Also determine whether R is an equivalence relation.

OR

Prove that $\tan^{-1} \frac{1}{4} + \tan^{-1} \frac{2}{9} = \frac{1}{2} \sin^{-1} \left(\frac{4}{5}\right)$.

31. Find the equation of the plane passing through the points (1, 0, – 2), (3, – 1, 0) and perpendicular to the plane 2x – y + z = 8. Also find the distance of the plane thus obtained from the origin.

32. If $\tan^{-1} \left(\frac{y}{x}\right) = \log \sqrt{x^2 + y^2}$, prove that $\frac{dy}{dx} = \frac{x + y}{x - y}$.

OR

If $y = e^{a \cos^{-1} x}$, $-1 < x < 1$, then show that

$$(1 - x^2) \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} - a^2y = 0$$

downloaded from StudentSuvidha.com

Download all NOTES and PAPERS at StudentSuvidha.com

खण्ड घ

प्रश्न संख्या 33 से 36 तक प्रत्येक प्रश्न 6 अंकों का है ।

33. 125π cm^3 आयतन वाले सभी ऊपर से खुले लम्ब-वृत्तीय बेलनाकार डिब्बों में से न्यूनतम पृष्ठीय क्षेत्रफल वाले डिब्बे की विमाएँ ज्ञात कीजिए ।

34. समाकलन विधि से x-अक्ष के ऊपर तथा वृत्त $x^2 + y^2 = 8x$ एवं परवलय $y^2 = 4x$ के मध्यवर्ती क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।

अथवा

समाकलन विधि से, एक ऐसे त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके शीर्षों के निर्देशांक A(2, 0), B(4, 5) तथा C(6, 3) हैं ।

35. यदि $A = \begin{bmatrix} 5 & -1 & 4 \\ 2 & 3 & 5 \\ 5 & -2 & 6 \end{bmatrix}$ है, तो A^{-1} ज्ञात कीजिए तथा इसका प्रयोग करके निम्नलिखित समीकरण निकाय का हल ज्ञात कीजिए :

$$5x - y + 4z = 5$$
$$2x + 3y + 5z = 2$$
$$5x - 2y + 6z = -1$$

अथवा

यदि x, y, z विभिन्न हों और $\begin{vmatrix} x & x^2 & 1+x^3 \\ y & y^2 & 1+y^3 \\ z & z^2 & 1+z^3 \end{vmatrix} = 0$ है, तो सारणिकों के गुणधर्मों का प्रयोग करके दर्शाइए कि $1 + xyz = 0$.

36. 52 पत्तों की एक ताश की गड्डी से एक पत्ता खो जाता है । गड्डी के बचे हुए पत्तों से, दो पत्ते यादृच्छया एक-एक करके, बिना प्रतिस्थापना के निकाले जाते हैं और पाया जाता है कि दोनों ही पत्ते बादशाह हैं । खोए हुए पत्ते के बादशाह होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए ।

downloaded from StudentSuvidha.com

Download all NOTES and PAPERS at StudentSuvidha.com

SECTION D

Question numbers 33 to 36 carry 6 marks each.

33. Amongst all open (from the top) right circular cylindrical boxes of volume 125π cm^3, find the dimensions of the box which has the least surface area.

34. Using integration, find the area lying above x-axis and included between the circle $x^2 + y^2 = 8x$ and inside the parabola $y^2 = 4x$.

OR

Using the method of integration, find the area of the triangle ABC, coordinates of whose vertices are A(2, 0), B(4, 5) and C(6, 3).

35. If $A = \begin{bmatrix} 5 & -1 & 4 \\ 2 & 3 & 5 \\ 5 & -2 & 6 \end{bmatrix}$, find A^{-1} and use it to solve the following system of equations :

$$5x - y + 4z = 5$$
$$2x + 3y + 5z = 2$$
$$5x - 2y + 6z = -1$$

OR

If x, y, z are different and $\begin{vmatrix} x & x^2 & 1+x^3 \\ y & y^2 & 1+y^3 \\ z & z^2 & 1+z^3 \end{vmatrix} = 0$, then using properties of determinants show that $1 + xyz = 0$.

36. A card from a pack of 52 cards is lost. From the remaining cards of the pack, two cards are drawn randomly one-by-one without replacement and are found to be both kings. Find the probability of the lost card being a king.

downloaded from StudentSuvidha.com

Download all NOTES and PAPERS at StudentSuvidha.com